

## ГЕОДЕЗИЯ И ГЕОЭКОЛОГИЯ

УДК 528.71

РЕКОМЕНДУЕМЫЙ АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ ПЛАНА ФАСАДА ЗДАНИЯ  
С ПОМОЩЬЮ ОБЗОРНОЙ КАМЕРЫ ЭЛЕКТРОННОГО ТАХЕОМЕТРА

канд. техн. наук, доц. А.А. МИХЕЕВА;  
канд. техн. наук, доц. В.В. ЯЛТЫХОВ  
(Полоцкий государственный университет);  
Д.О. ВОЛКОВ

(Витебское агентство по государственной регистрации и земельному кадастру)

Рассматриваются формулы основных процессов, которые необходимо выполнить при создании планов фасадов зданий, состоящих из плоских элементов, по снимкам, полученным обзорной камерой электронного тахеометра. Исходя из того, что снимки имеют малое перекрытие, использован способ одиночного снимка, при котором координату  $Y$  камерально в требуемой системе координат определить невозможно. Но в случае, когда ось  $Y$  фотограмметрической системы координат перпендикулярна фасаду здания, по опорным точкам, полученным электронным тахеометром, можно восстановить перпендикуляр к плоскости здания и определить его длину. В этом случае можно определить все три координаты ( $X, Y, Z$ ) в требуемой системе координат любых точек сооружения. При отстояниях порядка 30 метров можно создать планы фасада здания с достаточной точностью масштабов 1:300 и мельче.

**Ключевые слова:** ортофотоплан, снимок, калибровка, координаты точек, направляющие косинусы.

Для того чтобы получить панораму здания или план фасада здания, необходимо выполнить трансформирование координат по следующим формулам [1]:

$$x_t = x_0 + f \frac{a_1 x + a_2 f + a_3 z}{b_1 x + b_2 f + b_3 z}, \quad z_t = z_0 + f \frac{c_1 x + c_2 f + c_3 z}{b_1 x + b_2 f + b_3 z}, \quad (1)$$

где  $x_t, z_t$  – трансформированные координаты точек снимка;  $x, z$  – значения координат точек, измеренных на снимке;  $x_0, z_0$  – координаты главной точки снимка;  $f$  – величина фокусного расстояния обзорной камеры ( $f = 21$  мм) [2]. Значение фокусного расстояния  $f$  должно быть известно, по крайней мере, до сотых долей миллиметра, т.е. мы будем использовать примерное значение. Так как обзорная камера не калибровалась, примем координаты главной точки  $x_0 = z_0 = 0$  мм.

Направляющие косинусы  $a, b, c$ , вычисляемые через угловые элементы внешнего ориентирования снимка  $\alpha, \omega, \kappa$ , показаны на рисунке 1. Также на рисунке 1 приведена система координат снимка  $x$  и  $z$ .

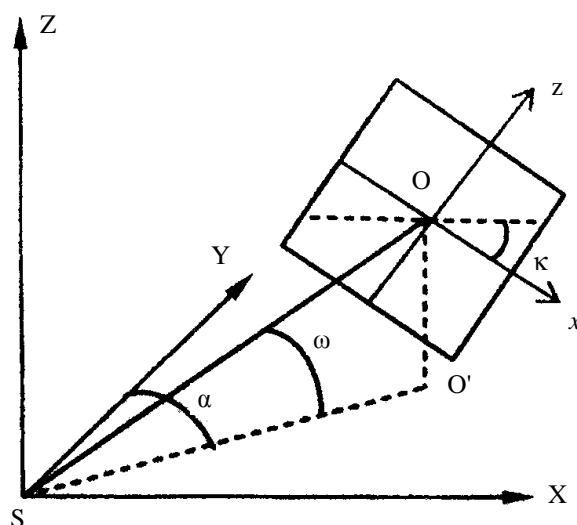


Рисунок 1. – Угловые элементы внешнего ориентирования

Направляющие косинусы могут быть найдены по формулам [1]:

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos\alpha \cdot \cos\kappa - \sin\alpha \cdot \sin\omega \cdot \sin\kappa; a_2 = \sin\alpha \cdot \cos\omega; a_3 = -\cos\alpha \cdot \sin\kappa - \sin\alpha \cdot \sin\omega \cdot \cos\kappa; \\ b_1 &= -\sin\alpha \cdot \cos\kappa - \cos\alpha \cdot \sin\omega \cdot \sin\kappa; b_2 = \cos\alpha \cdot \cos\omega; b_3 = \sin\alpha \cdot \sin\kappa - \cos\alpha \cdot \sin\omega \cdot \cos\kappa; \\ c_1 &= \cos\omega \cdot \sin\kappa; c_2 = \sin\omega; c_3 = \cos\omega \cdot \cos\kappa. \end{aligned} \quad (2)$$

Для снимка № 357 в работе [3] нами были получены угловые элементы внешнего ориентирования  $\alpha$ ,  $\omega$  и  $\kappa$ . Приведем их в таблице 1.

Таблица 1. – Угловые элементы внешнего ориентирования

Дирекционный угол оптической оси	$\alpha^{357}$	$342^\circ 41' 46'', 16$
Угол наклона оптической оси	$\omega^{357}$	$16^\circ 38' 31'', 8$
Угол поворота снимка	$\kappa^{357}$	$0^\circ 13' 59'', 7$

Для приведенных в таблице 1 углов значения направляющих косинусов сведем в таблицу 2.

Таблица 2. – Значения направляющих косинусов

Направляющие косинусы	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$c_1$	$c_2$	$c_3$
Значения	0,95508	-0,2850	0,08130	0,29632	0,91475	-0,2746	0,0039	0,28639	0,95810

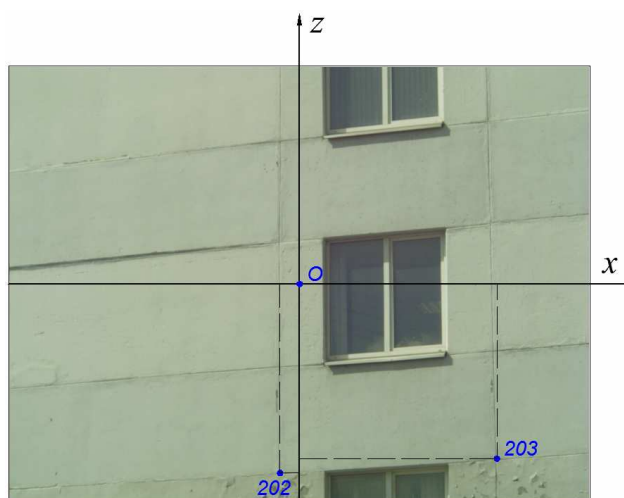
Для проверки рассматриваемой нами методики решения задачи выбрали точки 203 и 202, координаты которых на объекте были получены тахеометром в условной системе координат. Эти точки легко распознаются на снимке.

Координаты точек 203 и 202 приведены в таблице 3.

Таблица 3. – Значения измеренных тахеометром координат в условной системе координат

Координата	$X_Y$ , м	$Y_Y$ , м	$Z_Y$ , м
Точка 203	-10,710	-25,447	5,886
Точка 202	-13,652	-24,866	5,874

Чтобы измерить координаты по снимку, использовался программный комплекс AutoCAD 2007. Загрузив в программу снимок № 357, провели оси координат. Так как камера не калибровалась, приняли, что главная точка находится в центре снимка. Соединим середины противоположных сторон снимка, как показано на рисунке 2.



$O$  – главная точка снимка;  
202 и 203 – выбранные для примера точки;  
 $x$  и  $z$  – оси координат снимка

Рисунок 2. – Снимок № 153357, загруженный в AutoCAD

Значения измеренных координат для выбранных точек № 202 и 203 и трансформированных по формуле (1) сведём в таблицу 4.

Таблица 4. – Значения измеренных координат точек 203 и 202 на снимке

№ точки	203		202	
Координата	$x$	$z$	$x$	$z$
Измеренные значения, мм	1,914	–1,693	–0,189	–1,832
Трансформированные значения, мм	–4,4553	4,5647	–6,7454	4,5497

Далее легко вычислить координаты точек объекта в фотограмметрической системе координат по следующим формулам [1]:

$$X = \frac{Y}{f} x_t, \quad Z = \frac{Y}{f} z_t, \quad (3)$$

где  $Y$  – отстояние от объекта, равное отрезку  $SN = Y$  (рисунок 3).

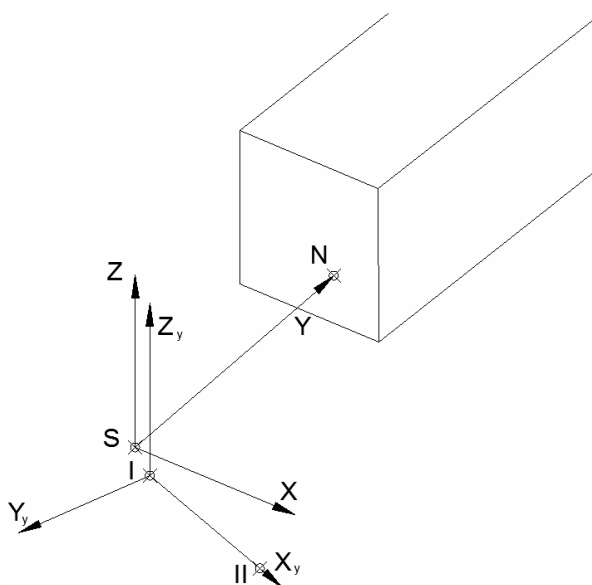


Рисунок 3. – Системы координат, принятые на объекте

На рисунке 3 показаны отстояние от объекта и условная система координат  $X_Y, Y_Y$ . Ось  $Z_Y$  условной системы координат параллельна оси  $Z$  фотограмметрической системы координат.

Расстояние между точками  $S$  и  $N$ , которое обозначим  $Y'$ , нашли из обратной геодезической задачи по следующей формуле [1]:

$$Y' = \sqrt{(\Delta X_Y^{S-N})^2 + (\Delta Y_Y^{S-N})^2 + (\Delta Z_Y^{S-N})^2}, \quad (4)$$

где  $\Delta X_Y^{S-N}, \Delta Y_Y^{S-N}, \Delta Z_Y^{S-N}$  – приращения координат между точками  $S$  и  $N$  в условной системе координат.

Так как в ходе калибровки  $\Delta\omega = 0^\circ 07' 38'', 6$  (не равно нулю), то чтобы получить отстояние, необходимо найти горизонтальное проложение полученного отрезка по формуле:  $Y = D \cdot \cos \Delta\omega$ . Вычисление отстояния  $Y$  сведём в таблицу 5.

Таблица 5. – Результаты вычисления отстояния  $Y$

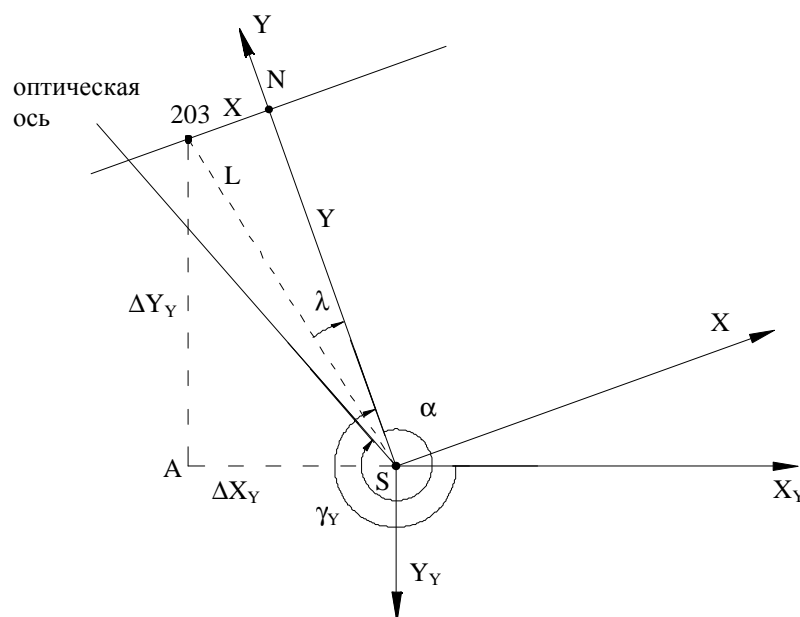
Приращения координат	Значение, м
$\Delta X_Y^{S-N}$	–5,1418
$\Delta Y_Y^{S-N}$	–26,4774
$\Delta Z_Y^{S-N}$	0,0158
Вычисленное расстояние, $Y'$	26,972030
Вычисленное отстояние, $Y$	26,972026

Далее мы нашли трансформированные координаты и координаты точки объекта в принятой нами системе фотограмметрических координат по формулам (1) и (3) соответственно.

Таблица 6. – Результат вычисления  $X$  и  $Z$  в фотограмметрической системе координат

№ точки	$x_i$ , мм	$z_i$ , мм	$X$ , м	$Z$ , м
203	-4,4553	4,5647	-5,7224	5,8628
202	-6,7454	4,5497	-8,6636	5,8435

Получив координаты точек 203 и 202 в фотограмметрической системе координат, можно перейти в условную систему координат, чтобы сопоставить вычисленные координаты с координатами, определенными тахеометром. Формулы перехода получены на основании рисунка 4.



**Рисунок 4. – Угловые и линейные элементы связи систем координат**

Согласно рисунку 4 определим координату  $\Delta X_y$  точки 203 из треугольника S203A:

$$\Delta X_v = L \cos(\gamma_v - 180^\circ - \lambda), \quad (5)$$

где расстояние  $L$  получим по формуле:

$$L = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad (6)$$

$\gamma_Y$  – угол от начального направления  $X_Y$  до направления оси  $Y$ .

Угол  $\lambda$  получим из треугольника S203N:

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{X}{Y}. \quad (7)$$

На основании рисунка 4 можно определить и приращения ординат  $\Delta Y_Y$  в условной системе координат по формуле:

$$\Delta Y_v = L \sin(\gamma_v - 180^\circ - \lambda). \quad (8)$$

Приращения как абсцисс, так и ординат имеют знак «минус» для точек 203 и 202, что видно из рисунка 4. Однако ординаты точек или приращения ординат можно определять только в случае, если фасад здания плоский и направление оси  $Y$  фотограмметрической системы координат выбрано перпендикулярно фасаду здания.

По приведенным формулам можно вычислить и координаты любых определяемых точек. Результаты расчета приращений координат для точек 202 и 203 представлены в таблице 7.

Таблица 7. – Результаты расчета приращений координат для рассматриваемых точек 202 и 203

№ точки	$L$ , м	$\lambda$	$\Delta X_Y$ , м	$\Delta Y_Y$ , м
203	27,5724	11°58'41",51	–10,7592	–25,3865
202	28,3293	17°48'26",84	–13,6466	–24,8258

Координаты точек объекта в условной системе координат  $X_Y$  и  $Y_Y$  будут вычислены по формулам:

$$\begin{aligned} X_Y &= X_{S(Y)} + \Delta X_Y, \\ Y_Y &= Y_{S(Y)} + \Delta Y_Y. \end{aligned} \quad (9)$$

Координаты центра проекции  $S$  [3] представлены в таблице 8.

Таблица 8. – Координаты центра проекции  $S$  для снимка 357 в условной системе координат

$X_{S(Y)}$ , м	$Y_{S(Y)}$ , м	$Z_{S(Y)}$ , м
–0,0027	–0,0381	0,0739

Аппликату  $Z_Y$  можно получить по следующей формуле [1]:

$$Z_Y = Z_{S(Y)} + Z + (k + r). \quad (10)$$

Поправка за кривизну Земли и рефракцию [1] вычисляется как

$$(k + r) = 0,42 \frac{Y^2}{2R}, \quad (11)$$

где  $Y$  – отстояние от объекта;  $R$  – радиус Земли.

В нашем случае расстояния до снимаемых точек равны примерно 27 м (см. таблицу 5). Расчеты показали, что поправка за кривизну Земли и рефракцию составила 0,02 мм на объекте. Так как при съемке фасада здания расстояния до снимаемых точек невелики, то в данном случае её можно не учитывать.

Для перехода в условную систему координат необходимо к полученным координатам прибавить координаты центра проекции  $S$  в условной системе координат, которые приведены в таблице 9.

Таблица 9. – Координаты точек 203 и 202 в условной системе координат

№ точки	$X_Y$ , м	$Y_Y$ , м	$Z_Y$ , м
203	–10,7619	–25,4246	5,9367
202	–13,6493	–24,8639	5,9174

Рассмотрим возможность использования формул стереофотограмметрии для вычисления координат точек плоских зданий в условной системе координат.

Для того чтобы перейти от фотограмметрических координат к координатам в условной системе координат, воспользуемся формулами для стереоскопической пары снимков [1]:

$$\begin{aligned} X_Y &= X_{S_Y} + Y \cos \gamma_Y - X \sin \gamma_Y, \\ Y_Y &= Y_{S_Y} + Y \sin \gamma_Y + X \cos \gamma_Y, \\ Z_Y &= Z_{S_Y} + Z. \end{aligned} \quad (12)$$

где  $X_{S_Y}, Y_{S_Y}, Z_{S_Y}$  – координаты центра фотографирования в условной системе координат;  $X, Y, Z$  – фотограмметрические координаты точки объекта для случая, когда ось  $Y$  направлена перпендикулярно плоскости фасада здания;  $\gamma_Y$  – горизонтальный угол между осью  $X_Y$  и осью  $Y$  фотограмметрической системы координат, вычисленный в работе [3], который составил  $\gamma_Y = 259^\circ 00' 36'', 7$ .

Воспользовавшись приведенными значениями угла  $\gamma_Y$ , отстояния  $Y$  (см. таблицу 5); координатами точек 203 и 202 в принятой нами системе координат (см. таблицу 6); данными координат центра проек-

ции  $S$  в условной системе координат (см. таблицу 8), по формулам (12) получим координаты точек объекта под номерами 203 и 202 в условной системе координат (таблица 10).

Таблица 10. – Координаты выбранных для примера точек объекта, полученные тахеометром в условной системе координат

Номера точек	$X_Y$ , м	$Y_Y$ , м	$Z_Y$ , м
203	–10,7100	–25,4471	5,8856
202	–13,652	–24,866	5,874

Сравним полученные координаты точек с координатами, измеренными на местности (таблица 11).

Таблица 11. – Сравнение полученных координат с координатами на местности

Координаты в условной системе	Полученные	На местности	Разница
точка 203			
$X_Y$ , м	–10,762	–10,710	–0,052
$Y_Y$ , м	–25,425	–25,447	0,022
$Z_Y$ , м	5,937	5,886	0,051
точка 202			
$X_Y$ , м	–13,649	–13,652	0,003
$Y_Y$ , м	–24,864	–24,866	0,002
$Z_Y$ , м	5,918	5,874	0,044

Сопоставляя данные таблицы 9, полученные по формулам (6) и (9), с данными таблицы 11, вычисленными по формулам (12), видим, что они дали идентичные результаты.

Таким образом, можно сделать вывод, что целесообразно использовать формулы (12), так как в этом случае не надо определять знаки приращений координат.

Согласно Инструкции по фотограмметрическим работам [4] средняя ошибка в плане  $v_d$  не должна превышать 0,3 мм. Применительно к наземной съемке среднюю ошибку планового положения на объекте  $V_d$  можно получить через средние ошибки  $V_X$  и  $V_Z$  по следующей формуле:

$$V_d = \sqrt{V_X^2 + V_Z^2} = 0,073 \text{ м.} \quad (13)$$

Полученное значение рассчитано для точки 203, и в случае если предположить, что средние ошибки для любых точек будут такого же порядка, тогда средняя ошибка на плане будет определена по формуле:

$$v_d = \frac{V_d}{M}, \quad (14)$$

где  $M$  – знаменатель масштаба создаваемого плана.

Тогда для планов масштабов 1:100; 1:200 и 1:300 значения  $v_d$  будут равны величинам, приведенным в таблице 12.

Таблица 12. – Расчет средних ошибок на плане

$M$	100	200	300
$v_d$ , мм	0,73	0,36	0,24

Согласно данным этой таблицы можно обеспечить точность создания планов масштаба 1:300 и мельче при условии, что отстояния не превысят 30 м. Однако на трансформированном снимке останутся искажения за рельеф фасада здания, и эти искажения должны быть учтены. Если какая-либо точка отступает от плоскости, в её положение необходимо ввести поправку за «рельеф» здания [5]:

$$\delta_h = -\frac{r\Delta Y}{Y + \Delta Y}, \quad (15)$$

где  $r$  – расстояние на снимках от точки надира до наиболее удалённой точки;  $\Delta Y$  – величина выступа («рельефа») здания;  $Y$  – расстояние от цифровой камеры до начальной плоскости трансформирования, в нашем случае – до плоскости фасада здания.

Наиболее удалённой точкой от точки надира является верхний левый край фасада здания (см. рисунок 2). Приняв высоту одного этажа три метра и вычислив знаменатель масштаба, можем рассчитать  $R$ .

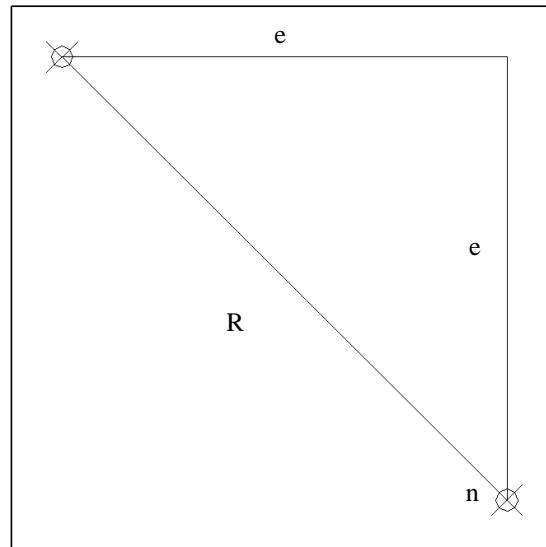


Рисунок 5. – Нахождение наиболее удалённой точки от точки надира

Здание имеет пять этажей, что эквивалентно 15 метрам, а длина основания примерно равна высоте фасада ( $e$ ). Примем  $e$  14 метров, тогда расстояние  $R$  на объекте составит

$$R = e\sqrt{2} = 14\sqrt{2} = 19,8 \text{ м.}$$

Знаменатель масштаба найдём по формуле [5]:

$$m = \frac{Y}{f} = 1284. \quad (16)$$

Тогда расстояние  $r$  в масштабе снимка будет равно

$$r = \frac{19,8}{1292} = 15 \text{ мм.}$$

Если величина выступа равна 10 см (оконный проем), то поправка за рельеф, вычисленная по формуле (15)  $\delta_h = -0,06$  мм, т.е. пренебрегаемо малая величина.

Критерием соответствия фасада плоскости может служить допустимое превышение выступа  $h_{\text{доп}}$ , которое можно рассчитать по формуле [1]:

$$h_{\text{доп}} = \frac{fM}{r} \delta_{h(\text{доп})}, \quad (17)$$

где  $f$  – фокусное расстояние цифровой камеры;  $M$  – знаменатель масштаба полученного плана;  $r$  – расстояние от точки надира до любой точки трансформированного изображения;  $\delta_{h(\text{доп})}$  – допустимая величина смещения, вызванная выступом фасада, обычно принимают 0,3 мм [4].

Если необходимо получить план в масштабе  $1:M = 1:500$  с величиной смещения 0,3 мм [4], допустимый выступ фасада здания будет  $h_{\text{доп}} = 20,5$  см.

Если на сооружении имеются выступы, превышающие рассчитанные величины (крыльцо, козырек над подъездом), необходимо создать цифровую модель рельефа и выполнить ортотрансформирование. При этом на плоских элементах здания использовать прореженную матрицу высот. Так, в программном комплексе Photomod, начиная с версии 3.6, прореженная матрица высот строится в модуле Photomod Mosaic на основе TIN, полученных в модуле Photomod DTM. В процессе создания ортофотоплана нерегулярная модель TIN автоматически перестраивается в регулярную матрицу высот DEM [6].

Размер ячейки матрицы высот задается в зависимости от размера фрагмента местности отображенного на пикселе ортофотоплана. Например, размер фрагмента местности  $\Delta$  примем равным 10 см. Размер ячейки матрицы высот задается в 20...40 раз больше [6].

Ортотрансформирование и построение ортофотоплана по прореженной матрице выполняется с высокой скоростью. Однако часто на снимках присутствуют искусственные или естественные объекты небольших размеров, выделяющиеся по глубине относительно плоскости фасада. Для достижения высокой точности трансформирования на таких участках требуется матрица высот высокого разрешения, шаг которой сопоставим с размером пиксела результирующего ортофотоплана, или в разреженную матрицу высот встраиваются трехмерные векторы, описывающие искомые возвышающиеся объекты. Такие участки выделяют, их обработка требует значительных вычислительных ресурсов, однако в связи с тем, что доля их по отношению к площади всего ортофотоплана невелика, общее время обработки увеличивается незначительно [6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Михеева, А.А. Фотограмметрия. Наземная стереофотограмметрическая съёмка : учеб.-метод. компл. для студентов специальности 1-56 02 01 «Геодезия» и слушателей ИПК УО «ПГУ» специальности 1-56 02 71 «Прикладная геодезия и геодезическое обеспечение кадастров» / А.А. Михеева, В.В. Ялтыхов. – Новополоцк : ПГУ, 2008. – 88 с.
2. Светочувствительная матрица MT9P031 : техническая документация компании Artna.
3. Михеева, А.А. Рекомендуемый алгоритм определения элементов внешнего ориентирования цифрового снимка, полученного с помощью обзорной камеры электронного тахеометра / А.А. Михеева, В.В. Ялтыхов, Д.О. Волков // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. F, Строительство. Прикладные науки. – 2018. – № 8. – С. 213–219.
4. Инструкция по фотограмметрическим работам при создании топографических карт и планов : УП «БелНИЦЗЕМ», Минск, 2003. – 78 с.
5. Сердюков, В.М. Фотограмметрия в промышленном и гражданском строительстве / В.М. Сердюков. – М. : Недра, 1977. – 245 с.
6. Новоселов, В.Г. Использование модуля PHOTOMOD Mosaic для построения качественных ортофотопланов [Электронный ресурс] / В.Г. Новоселов. – М. : Ракурс. 2005. – Режим доступа: <http://www.racurs.ru/?page=145>.

Поступила 20.12.2018

#### RECOMMENDED ALGORITHM FOR GETTING A BUILDING FRONT WITH SURVEY CAMERA OF THE TOTAL STATION

A. MIKHEEVA, V. YALTYKHOV, D. VOLKOV

*The paper reveals the formal for major procedures, which need to be performed while creating the building fronts consisting of flat elements, by images made with the total station survey camera. Since the images have very little overlap, a single image method is used, which makes it impossible to define the Y coordinate in lab. However, in case of the Y axis being perpendicular to the building front, it is possible to restore the perpendicular to the building plane and define its length using the total station checkpoints. In this case all three (X, Y, Z) coordinates can be defined in the necessary grid system for any points of the building. At the 30-meter distance one can create building front plan with the necessary accuracy in the 1:300 scale or less.*

**Keywords:** orthophoto, the calibration, the coordinates of the points, the guides of the cosines.